પરવલયી (Parabolic) અને અતિવલયી (Hyperbolic) ભ્રમણકક્ષાઓ

વિઠ્ઠલભાઈ અં. પટેલ

પ્રસ્તાવના

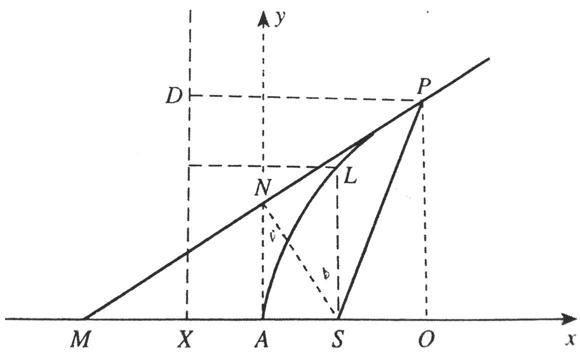
આપણે ઉપવલયી (Elliptic) ભ્રમણકક્ષાઓ માટે જો કેન્દ્રગામી બળનું કેન્દ્ર નાભિ (Focus) હોય તો કેન્દ્રગામીબળ વ્યસ્ત-વર્ગ (Inverse Square)ના નિયમ પ્રમાણે છે. હવે આપણે ભ્રમણકક્ષા પરવલયી હોય અને કેન્દ્રગામીબળનું કેન્દ્ર પરવલયનું નાભિ હોય તો કેન્દ્રગામીબળનો નિયમ મેળવીએ.

પરવલયના જરૂરી ગુણધર્મો

આકૃતિ 1માં આપેલા પરવલયનું શિરોબિંદુ (Vertex) A છે અને નાભિ S છે, જેનું સમીકરણ

$$y^2 = 4ax,$$

જ્યાં, AS = a છે. A યામપદ્ધતિનું ઉગમબિંદુ પણ છે.



આકૃતિ 1

XD નિયામિકા (Directrix) છે. પરવલય ઉપર P કોઈ એક બિંદુ છે અને PD $\perp$ DX. પરવલયની વ્યાખ્યાથી PD = SP = OX છે.

P બિંદુએ સ્પર્શક PM છે અને SN $\perp$ PM.

નાભિ S માંથી y–અક્ષને સમાંતર રેખા પરવલયને L બિંદુએ છેદે છે. SL = SX = 2a છે. આથી અર્ધ નાભિલંબ = 2a છે અને નાભિલંબ (Latus Rectum) L = 4a છે.

આ પરવલયનું પ્રાચલ (parametric) સમીકરણ

$$x = a\mu^2 \text{ અને } y = 2a\mu \text{ છે.}$$

સ્પર્શક PM નો ઢાળ

$$m = y'\Big|_{(a\mu^2,\, 2a\mu)} = \frac{2a}{y}\Big|_{(a\mu^2,\, 2a\mu)} = \frac{1}{\mu} \text{ છે.}$$

આથી, સ્પર્શક PM નું સમીકરણ

$$y - 2a\mu = \frac{1}{\mu}(x - a\mu^2)$$

$$\therefore \quad y = \frac{x}{\mu} + a\mu \text{ છે.}$$

આથી, $AM = |-a\mu^2| = a\mu^2 = AO$.

$$SP^2 = (a - a\mu^2)^2 + (o - 2a\mu^2)^2$$

$$= a^2 [(1 - \mu^2)^2 + 4\mu^2] = a^2 (1 + \mu^2)^2$$

$$\therefore \quad SP = a(1 + \mu^2) = a + a\mu^2 = AS + AM = MS.$$

$\therefore$ NS વિભાજક છે, આથી $MN = NP$.

Δ SAN અને Δ SNPમાં

$\angle NAS = \angle SNP = 90^o$

NS વિભાજક હોઈને $\angle NSA = \angle NSP$ છે.

$\therefore \quad \Delta SAN \equiv \Delta SNP$

$$\therefore \quad \frac{SN}{AS} = \frac{PS}{SN}$$

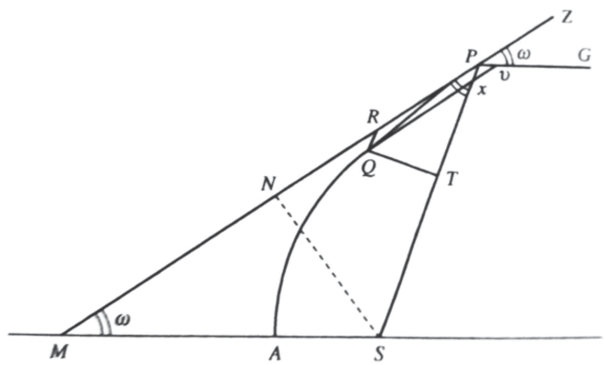
$$\therefore \quad SN^2 = AS \cdot PS = aPS.$$

$$\therefore \quad \frac{SN^2}{SP} = a = AS.$$

અને $\frac{SP^2}{SN^2} = \frac{SP^2}{SP \times AS} = \frac{SP}{AS}$

પ્રમેય 13 : જો કોઈ પદાર્થ પરવલયની પરિમિતિ પર ફરતો હોય, તો પરવલયના નાભિ તરફ આકર્ષાતા કેન્દ્રગામીબળનો નિયમ શોધો.

આકૃતિ 2માં બતાવેલા પરવલયનું શિરોબિંદુ (Vertex) A છે અને નાભિ S છે. P અને Q પરવલય પરનાં નજીકનાં બિંદુઓ છે.



આકૃતિ 2

P બિંદુએ સ્પર્શક RPZ છે જેને લંબાવતાં x–અક્ષને M બિંદુએ છેદે છે. SN $\perp$ સ્પર્શક MRPZ. Pના નજીકના Q બિંદુથી QT $\perp$ SP અને QR $\parallel$ SP દોરો. PG $\parallel$ MS દોરો. Q બિંદુએ $Qv \parallel$ સ્પર્શક RPZ છે અને PG ને v બિંદુએ છેદે છે. Qv, SP ને x બિંદુએ છેદે છે.

આપણે અગાઉ SP = SM સાબિત કર્યું છે અને આથી $\angle SMP = \angle SPM = \angle ZPG = \omega$ છે.

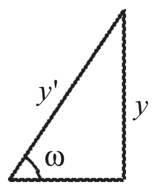
આ ખૂણો ω પ્રાચલ μ જોડે જોડાયેલો છે.

$\tan\omega = \frac{1}{\mu} = m$ છે, આથી $\mu = \cot\omega$ છે.

તિર્થક અક્ષો PG (x–અક્ષ) અને PM (y–અક્ષ) લઈને પરવલયનું સમીકરણ મેળવીએ.

$$x' = x, \quad y' = \frac{y}{\sin\omega}.$$

પરવલય $y^2 = 4ax$ નવા તિર્થક અક્ષોમાં,



$$y'^2 \sin^2\omega = 4ax'$$

$$\therefore \quad y'^2 = 4a \csc^2\omega \; x'$$

$$= 4a(1 + \cot^2\omega)\; x'$$

$$= 4a(1 + \mu^2)\; x'$$

આથી તિર્યક અક્ષો PG અને PM માં પરવલયનું સમીકરણ

$y^2 = 4a(1 + \mu^2)\,x$ છે. આપણે અગાઉ સાબિત કરેલું $SP = a(1 + \mu^2)$, આથી તિર્યક અક્ષોમાં પરવલયનું સમીકરણ $y^2 = 4\,SP\,x$ છે.

તિર્યક અક્ષો લેતાં P(0, 0) અને Q(Pv, Qv) હોઈને,

$$(Qv)^2 = 4\,SP \times Pv = 4\,SP \times QR.$$

જ્યારે બીજી બાજુ $\Delta\,QxT$ અને Δ SPNમાં

$$\angle QTP = \angle SNP = 90^o$$

$\angle QxT = \angle NPS$ (સંગત (corresponding) ખૂણાઓ)

$$\therefore \quad \Delta\,QxT \equiv \Delta\,SPN$$

$\therefore \quad \frac{Qx^2}{QT^2} = \frac{SP^2}{SN^2} = \frac{SP}{AS}$ (અગાઉ સાબિત કરેલું)

$$= \frac{4\,SP \times QR}{4\,AS \times QR} = \frac{Qv^2}{4\,AS \times QR} \approx \frac{Qx^2}{4\,SA \times QR}$$

$$\therefore \quad QT^2 \approx 4\,A^5 \times QR = L \times QR$$

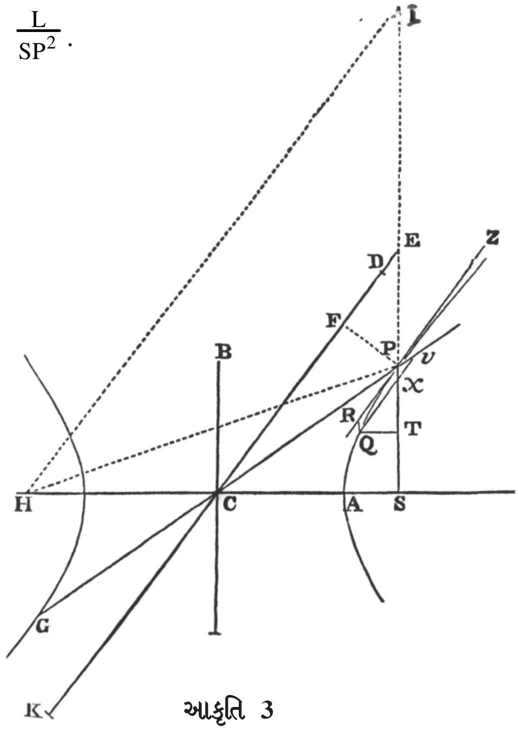
$$\therefore \quad L\frac{QR}{QT^2} \times \frac{1}{SP^2} \approx \frac{1}{SP^2}$$

$\therefore$ Centrifual Force $\approx \frac{QR}{QT^2 \times SP^2} \approx \frac{L}{SP^2}$.

Hence the rule.

આપણે પરવલયી અને ઉપવલયી ભ્રમણકક્ષાઓ માટે જો કેન્દ્રગામીબળનું કેન્દ્ર નાભિ હોય તો કેન્દ્રગામીબળ વ્યસ્ત-વર્ગના નિયમ પ્રમાણે છે. હવે આપણે ભ્રમમકક્ષા અતિવલયી હોય અને કેન્દ્રગામીબળનું કેન્દ્ર નાભિ હોય તો કેન્દ્રગામીબળનો નિયમ મેળવીએ.

CA અને CB અતિવલયના અર્ધાક્ષો છે. પ્રિન્સિપિયામાં ઉપવલયી ભ્રમણકક્ષા માટેના આકૃતિમાં વાપરેલા અક્ષરો ન્યૂટને ખૂબ જ કાળજીપૂર્વક અતિવલયી ભ્રમણકક્ષા માટે બતાવેલી આકૃતિ ૩માં વાપર્યા છે. t સમયે અતિવલયી ભ્રમણકક્ષા ઉપર P બિંદુએ ગ્રહ આવેલો છે. PG અને KD અનુબદ્ધ (Congugate diameters) વ્યાસો છે. $y = m_1 x$ અને $y = m_2 x$ અતિવલયી $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ના અનુબદ્ધ વ્યાસો છે જો $m_1 m_2 = \frac{b^2}{a^2}$ હોય તો.



આકૃતિ 3

(1) ઉપવલયમાં HP + PS = $2a$ છે, જ્યારે અતિવલયમાં HP – PS = $2a$ છે, તે સરળતાથી સાબિત કરી શકાય.

C(0, 0), H($-ae$, 0), S(ae, 0) અને P(x, y) અતિવલય ઉપરનું કોઈ પણ બિંદુ છે.

HP – PS = $2a$ એટલે કે,

$$\sqrt{(x+ae)^2 + xy^{\overline{2}}} - \sqrt{(x-ae)^2 + y^2} = 2a$$

$$\sqrt{(x+ae)^2 + y^2} = 2a + \sqrt{(x-ae)^2 + y^2}$$

બંને બાજુએ વર્ગ કરતાં,

$$x^2 + 2aex + y^2 = 4a^2 + 4a\sqrt{(x-ae) + y^2} + (x - ae)^2 + y^2$$

$$\therefore \quad 4xae = 4a^2 + 4a\sqrt{(x-ae)^2 + y^2}$$

બંને બાજુએ $4a$ થી ભાગતાં,

$$xe = a + \sqrt{(x-ae)^2 + y^2}$$

$\therefore \quad (xe - a)^2 = (x - ae)^2 + y^2$

$\therefore \quad x^2(e^2 - 1) - y^2 = a^2(e^2 - 1)$

$\therefore \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2(e^2-1)} = 1.$ $b^2 = a^2(e^2 - 1)$ મૂકતાં,

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ છે.

ઉપવલય	અતિવલય
(1) HP + PS = $2a$	(1*) HP − PS = $2a$
(2) નાભિલંબ L = $\frac{2b^2}{a} = \frac{2\text{BC}^2}{\text{CA}}$	(2*) L = $\frac{2b^2}{a}$
(3) PE = $\frac{1}{2}$(PS + PI)	(3*) PE = $\frac{1}{2}$(PI − PS)
(4) PE (= CZ) = a = AC	(4*) PE = a = AC

(2*) નાભિબિંદુ S(ae, 0) માંથી લંબ દોરીએ, જે અતિવલયને બે બિંદુઓમાં છેદે છે. આ બંને બિંદુઓ વચ્ચેના અંતરને નાભિલંબ L થી દર્શાવાય છે.

S માંથી દોરેલો લંબ અતિવલયને P બિંદુએ છેદે છે.

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ માં $x = ae$ મૂકતાં,

$\frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{a^2} - 1 = e^2 - 1$ જ્યાં $e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2}$ છે.

$\therefore \quad y^2 = b^2(e^2 - 1) = b^2\left(1+\frac{b^2}{a^2}-1\right)$

$\therefore \quad y^2 = \frac{b^4}{a^2} \qquad \therefore\ y = \pm\frac{b^2}{a}$

$\therefore \quad \text{L} = \frac{2b^2}{a}$

આથી, નાભિલંબ L = $\frac{2b^2}{a} = \frac{2\text{BC}^2}{\text{CA}}$ છે.

(3*) HI // KD છે અને C, HS નું મધ્યબિંદુ છે. આથી Δ HSIમાં CD // HI અને C, HSનું મધ્યબિંદુ છે. આથી, E પણ IS નું મધ્યબિંદુ છે.

$\therefore \quad \text{IE} = \text{ES}$

$$\begin{aligned} 2\text{PE} &= 2(\text{ES} - \text{SP}) = \text{IS} - 2\text{SP} \\ &= \text{ES} - \text{SP} + \text{ES} - \text{SP} = \text{PI} - \text{SP} \end{aligned}$$

$\therefore \quad \text{PE} = \frac{1}{2}(\text{IP} - \text{SP})$

(4*) $2a = HP - PS = IP - PS = IE + EP - PS$

$$= ES - PS + EP = 2EP$$

$\therefore \quad EP = a$

QRPx સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

$$\therefore \quad \frac{QR}{Px} = \frac{Px}{Pv}$$

$\Delta\, Pxv \equiv \Delta\, PEC$

$\angle xPv = \angle EPC$

$\angle Pxv = \Delta\, CEP$ (વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ)

$$\therefore \quad \frac{Px}{Pv} = \frac{PE}{PC}$$

$$\therefore \quad \frac{QR}{Pv} = \frac{AC}{PC} \quad \text{...(a)}$$

આપણે જાણીએ છીએ કે,

$$\frac{Pv \times vG}{(Qv)^2} = \frac{CP^2}{CD^2} \qquad \therefore \frac{Pv}{Qv^2} = \frac{CP^2}{CD^2 \times vG} \qquad \text{...(b)}$$

(a) અને (b)નો ગુણાકાર,

$$\frac{QR}{Qv^2} = \frac{AC \times CP}{CD^2 \times vG}$$

$\Delta\, QxT \equiv \Delta\, PEF$

$\angle PFE = \angle xTR = 90^{o}, \quad \angle QxT = \angle FEP$ (સંગત ખૂણાઓ)

$$\therefore \quad \frac{Qx}{QT} = \frac{PE}{PF}$$

આપણે જાણીએ છીએ કે, $PF^2 \times CD^2 = CB^2 \times CA^2$.

$$\therefore \quad \frac{AC^2}{PF^2} = \frac{CD^2}{CB^2}$$

પણ $\dfrac{Qv^2}{QT^2} \approx \dfrac{Qx^2}{QT^2} = \dfrac{PE^2}{PF^2} = \dfrac{CD^2}{CB^2}$.

$$\frac{QR}{Qv^2} = \frac{AC \times CP}{CD^2 \times vG} \quad \text{...(c)}$$

$$\frac{Qv^2}{QT^2} \approx \frac{CD^2}{CB^2} \qquad ...(d)$$

(c) અને (d)નો ગુણાકાર કરતાં,

$$\frac{QR}{QT^2} \approx \frac{AC \times CP}{CB^2 \times vG} = \frac{2}{L}\frac{PC}{vG} \qquad 2PC \approx vG$$

$$\therefore \quad \frac{QR}{QT^2 \times SP^2} \approx \frac{1}{L} \times \frac{1}{SP^2}$$

$\therefore$ (Centripetal Force) કે. ગા. બળ $\propto \frac{1}{SP^2}$ છે.

ન્યૂટને શંકુચ્છેદને (Conic Section) ભ્રમણકક્ષા બનાવીને ફરતા ગ્રહોના ઉપર લાગતા કેન્દ્રગામી બળ જેનું કેન્દ્ર ભ્રમણકક્ષાના નાભિ ઉપર રહેલું છે તે કેન્દ્રગામીબળ વ્યસ્ત-વર્ગના (Inverse - Square) નિયમ પ્રમાણે છે. આ સાબિત કર્યા પછી ન્યૂટન કેપ્લરના (Kepler) ત્રીજા નિયમની સાબિતી આપે છે. ન્યૂટન કોઈ જગ્યાએ કેપ્લરનું નામ પણ દેતા નથી. પણ આપણે કેપ્લરના નિયમો તરીકે ઓળખતા હોઈને આપણે તે ત્રણે નિયમો જોઈએ.

નિયમ 1 : દરેક ગ્રહની ભ્રમણકક્ષાનો આકાર ઉપવલયી (elliptic) છે, જેની એક નાભિએ (Focuo) સૂર્ય છે.

નિયમ 2 : ગ્રહથી સૂર્યને જોડતી રેખા કોઈ પણ સરખા સમયના અંતરાલમાં સરખું ક્ષેત્રફળ પ્રસારે છે.

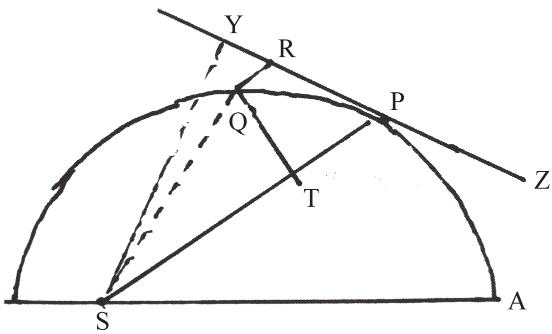
નિયમ 3 : સૂર્યની આસપાસ ભ્રમણ કરતા ગ્રહના આવર્તકાળનો વર્ગ ગ્રહના સૂર્યથી સરેરાશ અંતરના ઘનના પ્રમાણસર છે.

Kepler's Third Law : Proposition XIV

If several bodies revolve about one common center, and the centripatal force is inversely as the square of the distance of places from the centre : I say, that the principal latera recta of their orbits are as the squares of the areas, which the bodies by radii drawn to the centre describe in the same time.

જો ઘણા પદાર્થો એક સામાન્ય કેન્દ્રની આસપાસ ફરતા હોય, અને કેન્દ્રગામીબળ જે કેન્દ્રથી અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં છે; હું કહું છું કે તેમની ભ્રમણકક્ષાની જમણીબાજુના વિસ્તારોના ચોરસો જે કેન્દ્રથી પદાર્થ સુધી દોરેલી ત્રિજ્યાથી આપેલા સરખા સમયમાં દોરેલા છે.

પ્રિન્સિપિયાની ખૂબ જ જાણીતી આકૃતિ 4 લઈએ. P બિંદુએ આવેલા પદાર્થને કેન્દ્રગામીબળ કેન્દ્ર Sની દિશામાં લાગે છે. ન્યૂટનના ગતિના પહેલા નિયમ પ્રમાણે આકૃતિ 4માં આપેલા વક્ર ઉપરના P બિંદુથી સ્પર્શકની દિશામાં PR અંતર એકધારી ગતિથી કાપે છે અને R બિંદુએ કેન્દ્રગામીબળ પદાર્થ ઉપર લાગતાં સીધી દિશામાં ગતિ કરવાને બદલે RQ દિશામાં પદાર્થ Q બિંદુએ આવશે. કેન્દ્રગામીબળ F, δt સમય માટે



આકૃતિ 4

પદાર્થને લાગતું હોઈને પદાર્થ R થી Q બિંદુએ આવશે. કેન્દ્રગામીબળ Fનો પરિમેય (Magnitude) આપેલા સમય δt માં R થી Q ના વિચલનથી (Defletion) માપી શકાય. SP ને સમાંતર સુરેખા RQ વક્રને Q બિંદુએ છેદે છે. આથી,

$$RQ = \frac{1}{2}(\text{કેન્દ્રીયબળ F})(\delta t)^2$$

$$\therefore \quad (\delta t)^2 = \frac{2RQ}{F}$$

પ્રમેય 1થી ક્ષેત્રફળ SPQ, δt ના પ્રમાણસર છે.

આપણે ક્ષેત્રફળ SPQ $\approx$ ક્ષેત્રફળ Δ SPQ લઈએ તો ખૂબ જ નાની ભૂલ રહેશે.

$$\Delta \text{ SPQ ના ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} QT \times SP = \frac{dA}{dt}\delta t$$

જ્યાં, $\frac{dA}{dt}$ અચળ છે.

$$\therefore \quad QT \times SP = 2\frac{dA}{dt}\delta t.$$

નાભિલંબ $L = \frac{2b^2}{a} = 2\frac{CB^2}{CA}$ છે. અગાઉ આપણે સાબિત કર્યું છે કે $L = \frac{QT^2}{QR}$ છે.

$$\therefore \quad L = \frac{QT^2}{QR} = \frac{4\left(\frac{dA}{dt}\right)^2(\delta t)^2}{\frac{1}{2}(\text{કેન્દ્રીય બળ F})\ (\delta t)^2(SP)^2} = \frac{8\left(\frac{dA}{dt}\right)^2}{F(SP)^2}$$

$$\therefore \quad F = \frac{8\left(\frac{dA}{dt}\right)^2}{L(SP)^2}$$

પ્રમેય 7 : The same things being supposed, I say, that the periodic times in ellipse are as the $\frac{3}{2}$th A power of their greater ares.

અગાઉ ધારેલું ચાલુ છે, હું કહું છું કે ઉપવલયનો આવર્તકાળ તેના મોટા અક્ષના $3/2$ ઘાતના પ્રમાણસર છે.

નાભિલંબ $L = \frac{2b^2}{a}$ છે, આથી $b = \sqrt{\frac{aL}{2}}$ છે.

ઉપવલયના ક્ષેત્રફળ $= \pi ab = \pi a\sqrt{\frac{aL}{2}}$ છે.

$$\text{આવર્તકાળ} = \frac{\text{ક્ષેત્રફળ}}{\text{વર્ણન કરેલા વિસ્તારનો દર}}$$

$$= \frac{\pi ab}{dA/dt} = \frac{\pi a\sqrt{\frac{ac}{2}}}{dA/dt} = \frac{\pi\, a^{3/2}\sqrt{L}}{\sqrt{2}\ dA/dt}$$

$$\therefore \quad \text{આવર્તકાળ} = \frac{\pi a^{3/2}}{\sqrt{2}\, dA/dt}$$

$$\therefore \quad \text{આવર્તકાળ} \propto a^{3/2}$$

આ લેખ નીચેનાં પુસ્તકોના આધારે લખાયો છે :

(1) Chandrasekhar S. Newton's Principia for the common Reader. Oxford Clarendon Press, 1995.

(2) Cohen I. A guide to Newton's Principia. Berkeley, University of California Press, 1999.

(3) Newton I. The Prinicipia Translated by Andrew Motte. Prometheus Books, 1995.

વિઠ્ઠલભાઈ અં. પટેલ

'સ્વરાજ', નરસિંહજી મંદિર પાસે, ઉવારસદ રોડ, મુ.પો. શેરથા, તા. જિ. ગાંધીનગર.

મો. ૯૪૨૮૦૧૯૦૪૨

અનુસંધાન પૃષ્ઠ ૩૧નું ચાલુ

સોસાયટી દ્વારા 'સરદાર વલ્લભભાઈ પટેલ વિશ્વ પ્રતિભા' અવૉર્ડ એનાયત કરવામાં આવ્યો છે એમાં કંઈ જ આશ્ચર્ય નથી. ભારતીય નાગરિકત્વ નહીં ધરાવતી ભારતીય મૂળની વ્યક્તિને પ્રથમવાર આ અવૉર્ડ આપવામાં આવ્યો છે.

સ્લોવેનીઝ વંશની માતા બોની પંડ્યાની પુત્રી અને વિલિયમ્સ માઈકલની પત્ની સુનીતાને આ ઉપરાંત 'નેવી ઍન્ડ મરીન કોર્પ્સ એચિવમેન્ટ અવૉર્ડ', 'માનવતાવાદી સેવા મૅડલ' અને બે વાર 'નેવી કમેનડેશન મૅડલ મળી ચૂક્યાં છે. યાદી તો હજુ લાંબી છે. એમને 'કોન્ગ્રેશનલ સ્પેસ મૅડલ ઑફ ઓનર', 'મેરિટ ઇન સ્પેસ એક્સપ્લોરેશન અવૉર્ડ' અને આપણા દેશ તરફથી 'પદ્મભૂષણ'થી નવાજવામાં આવ્યાં છે.

ભારતીય મૂળની સુનિતાએ લગભગ ૨૦ કરતાં વધારે વર્ષો પહેલાં માઇકલ જે. વિલિયમ્સ સાથે લગ્ન કર્યાં અને સુનિતા વિલિયમ્સ બન્યાં. એમના પતિ oreganમાં ફેડરલ પોલીસ ઑફિસર તરીકેની સેવાઓ આપી રહ્યા છે. પોતાની કરિયરની શરૂઆતમાં હેલિકોપ્ટર ઉડાડતું આ દંપતી અમેરિકાના ટેક્સાસ રાજ્યના હ્યુસ્ટનમાં આનંદથી સાથે રહીને એકબીજાની પ્રગતિમાં સાથ આપી રહ્યું છે. બંનેનો પ્રેમ સુનિતાના એક નાના વિધાન ઉપરથી જાણી શકાય છે. અવકાશમાં લાંબો સમય વિતાવીને આવ્યા પછી એમને પૂછવામાં આવ્યું કે તમને ત્યાં કોની ખોટ સહુથી વધુ સાલતી હતી, ત્યારે એમણે જવાબ આપ્યો હતો કે 'હું મારા પિતાને ખૂબ પ્રેમ કરું છું પણ મારા પતિને સહુથી વધુ મિસ કરતી હતી.'

માત્ર ભારતનું નહીં, સમગ્ર સ્ત્રીજાતિનું ભૂષણ એવાં સુનીતા ત્રીજી વાર પણ અવકાશને આંબવા માટે તૈયાર છે. છેલ્લા કેટલાક સમયથી વિરામ કરતી અમેરિકાની અવકાશ યાત્રાઓ નવા ચૂંટાયેલા પ્રમુખના ઉત્સાહથી ફરીથી ચાલુ થઈ રહી છે. હવે પછીની અવકાશમાં જનારી ટુકડીમાં ફરી એક વાર સુનીતા વિલિયમ્સની પસંદગી થઈ ગઈ છે. હવે ત્રીજી વાર એ કેટકેટલા વિક્રમ પ્રસ્થાપિત કરીને આવે છે એની રાહ જોઈએ. હવે એમની પાંખો કલ્પનાની નથી, હકીકતની છે અને એમાં આશા અને ઉત્સાહનું ઇંધણ ભરપૂર ભરેલું છે.

M. ૮૯૮૦૨૦૫૯૦૯