$E = mc^2$ એટલે શું ? આ સમીકરણ શા કામમાં આવે ?

વિઠ્ઠલભાઈ અં. પટેલ

ઈમે'રિટસ પ્રોફેસર ઑફ મેથેમેટિક્સ', હમ્બોલ્ટ સ્ટેટ યુનિવર્સિટી, આર્કેટા, કેલિફોર્નિયા-95521

ભૌતિકશાસ્ત્રના ઇતિહાસમાં બે વર્ષો ખૂબ જ અગત્યનાં હતાં, આથી તે વર્ષો સુવર્ણવર્ષો તરીકે ઓળખાય છે. ઈ.સ. ૧૬૬૬માં આઈઝેક ન્યુટને (Isaac Newton) કલનશાસ્ત્રની શોધ કરી. આ જ વર્ષે ન્યુટને પ્રકાશનું છ રંગોના વર્ણપટમાં વિભાજન અને પ્રકાશ કઈ રીતે મુસાફરી કરે છે તે શોધ્યું. 'ન્યુટનનો ગુરુત્વાકર્ષણનો નિયમ ($F = GMm/r^2$)' થી જાણીતો નિયમ પણ ન્યુટને આ જ વર્ષે શોધેલો. આ દરેક શોધોએ ભૌતિકશાસ્ત્રની પ્રગતિમાં ખૂબ જ અગત્યનો ભાગ ભજવ્યો હોઈને ઈ. સ. 1666નું વર્ષ ભૌતિકશાસ્ત્ર માટે સુવર્ણવર્ષ ગણાય છે. આ જ રીતે ઈ.સ. 1905માં આલ્બર્ટ આઈન્સ્ટાઈને (Albert Einstein) જર્મનીના ભૌતિકશાત્રના જાણીતા સામયિક (Journal) 'એનાલેન ડર ફિઝિકામાં (Analen der physika) પાંચ સચોટ લેખો લખીને ભૌતિકશાસ્ત્રમાં મોટી ક્રાન્તિ લાવ્યા. આમાંથી ઈ.સ. 1905નો સૌથી છેલ્લો લેખ "પદાર્થમાં રહેલું દ્રવ્ય (mass) તેનામાં રહેલી કાર્યશક્તિ કે ઊર્જા (Energy) ઉપર આધાર રાખે છે ? (Does the Inertia of a Body Depend on Its Energy Content ?)" એનાલેન ડર ફિઝિકાને 27 સપ્ટેમ્બર, 1905ના રોજ મળ્યો. આ લેખમાં કાર્યશક્તિ માટે અને પ્રકાશની ગતિ માટે વાપરેલો. આખરે આઇન્સ્ટાઈને તેમનું યાદગાર સમીકરણ $E = mc^2$ આપેલું આ સમીકરણમાં E કાર્યશક્તિ (Energy), m પદાર્થનું દ્રવ્ય (mass) અને $C = 2.9979 \times 10^8$ મી/સે પ્રકાશની ગતિ છે. પ્રકાશની ગતિ ખૂબ જ મોટી છે અને તેનો વર્ગ માન્યામાં ન આવે તેવડો મોટો છે. નાનામાં નાના દ્રવ્યને આવડી મોટી સંખ્યાથી ગુણતાં મોટો આંકડો મળે. ઘઉંના દાણાના દ્રવ્યને જો કાર્યશક્તિમાં ફેરવી શકાય તો આખા અમદાવાદને એક દિવસ માટે જોઈતી કાર્યશક્તિ ફક્ત એક જ ઘઉંના દાણાનું દ્રવ્ય આપી શકે. આ કઈ રીતે સરળતાથી બની શકે તે જ મોટો સવાલ છે. આ સમીકરણ ખૂબ જ અગત્યની માહિતી આપે છે : દ્રવ્ય અને કાર્યશક્તિ એક જ વસ્તુનાં જુદાં જુદાં નજરે પડતાં લક્ષણો છે. પદાર્થનું દ્રવ્ય તેનામાં રહેલી કાર્યશક્તિ દર્શાવે છે. દ્રવ્ય અને કાર્યશક્તિ અદલબદલ કરી શકાય છે. ન્યુટનના નિયમોથી આ સમીકરણ મળતું નથી. વિશિષ્ટ સાપેક્ષવાદના નિયમોથી જ આ સમીકરણ મળે છે.

સૂર્યમાંથી આપણને પ્રકાશનાં કિરણો મારફત ગરમી એટલે કે ઊર્જા મળે છે. ભૂસ્તરશાસ્ત્રીઓ અને જીવવિજ્ઞાનશાસ્ત્રીઓ સચોટ પુરાવાના કારણે માને છે કે પૃથ્વી 4.56 અબજ વર્ષો જૂની છે અને તેના ઉપર જીવો પણ એટલા સમયથી છે. આ જીવોને જીવવા માટે સૂર્યનાં કિરણો જરૂરી છે. સૂર્યની સપાટી આટલા બધાં વર્ષોથી કઈ રીતે પ્રકાશિત રહી શકે ? આટલી બધી સપાટી પ્રકાશિત રાખવા સૂર્ય ક્યાંથી જરૂરી કાર્યશક્તિ લાવે છે ? ભૌતિકશાસ્ત્રીઓને આ પ્રશ્ને ખૂબ જ વિચારમાં મૂકી દીધેલા. વૈજ્ઞાનિકો આવા પ્રશ્નોના જવાબો જે રીતે જે જે મળતાં શક્ય સાધનો હોય તેના ઉપરથી મેળવવાનો પ્રયત્ન કરે છે તેનું આ સુંદર

ઉદાહરણ છે.

ઈ.સ. 1850ની આસપાસ બ્રિટનના જાણીતા ભૌતિકશાસ્ત્રી લૉર્ડ કેલ્વિન (Lord Kelvin) અને જર્મન વૈજ્ઞાનિક હરમન વૉન હેલ્મહોલ્ટઝે (Herman Von Helmholtz) વિચાર રજૂ કર્યો જે કેલ્વિન હેલ્મહોલ્ટઝ હાઈપૉથિસિસિ તરીકે ઓળખાય છે. આ હાઈપૉથિસિસ મુજબ સૂર્યના બહારના પડના વજનના કારણે સૂર્ય સંકોચાય અને આના કારણે સૂર્યની અંદરનો વાયુ સંકોચાશે. જ્યારે વાયુ સંકોચાય ત્યારે વાયુનું ઉષ્ણતામાન વધે. વાયુનું ઉષ્ણતામાન એટલું વધે કે જે અવકાશમાં પ્રકાશનાં કિરણો ફેલાવે. આ રીતે બનવા માટે હેલ્મહોલ્ટઝની ગણતરી પ્રમાણે સૂર્યની ઉત્પત્તિ ફક્ત અઢી કરોડ વર્ષ પહેલાં થયેલી હોવી જોઈએ, જ્યારે પૃથ્વી જ 4.56 અબજ વર્ષથી છે. આથી આ રીતની ફક્ત ઊર્જાથી જ સૂર્ય પ્રકાશતો ન હોય. આ રીતનું સંકોચાવાનું જ્યારે તારાઓનો જન્મ થતો હોય ત્યારે બને છે.

સામાન્ય રીતે આપણે પૃથ્વી ઉપર ગરમી અને પ્રકાશ લાકડાં કે કોલસા સળગાવીને મેળવીએ છીએ. આ રીતે જે ગરમી પેદા થાય છે તે એક અણુએ (atom) આશરે 10^{-19} જુલ (joule) છે. સૂર્યની પ્રકાશિતતા (luminosity) આશરે 3.9×10^{26} જુ/સે છે. બળતણ માટે જરૂરી અણુઓ

$$\frac{3.9 \times 10^{26} \text{ જુ/સે}}{10^{-19} \text{ જુ/અ}} = 3.9 \times 10^{45} \text{ અણુ/સેકન્ડ}$$

સૂર્યમાં 10^{57} અણુઓ છે, આથી સૂર્ય બળી જાય ત્યાં સુધીનો સમય

$$\frac{10^{57} \text{ અણુઓ}}{3.9 \times 10^{45} \text{ અણુ/સે}} = 3 \times 10^{11} \text{ સે.}$$

વર્ષમાં 3×10^7 સેકન્ડો છે આથી સૂર્ય બધું બળતણ

$$\frac{3 \times 10^{11}}{3 \times 10^{7}} = 10^4 = 10{,}000 \text{ વર્ષોમાં}$$

પૂરું કરી રહેશે.

આ તો ખૂબ જ ટૂંકો સમય ગણાય. આથી સૂર્ય તેની ગરમી કોલસો કે લાકડું બાળીને ઊભી કરતો નથી.

આથી સૂર્યની પ્રકાશિતતા સૂર્ય એ રીતે મેળવતો હોવો જોઈએ કે જે દરેક અણુએ વધારે કાર્યશક્તિ આપે જેથી સૂર્યની જિંદગી પ્રમાણમાં લાંબી હોય. ખગોળશાસ્ત્રીઓના ધ્યાનમાં $E = mc^2$ સમીકરણ આવ્યું. શક્ય છે કે સૂર્યના દ્રવ્યનું ઊર્જામાં રૂપાંતર આ સમીકરણ મુજબ થતું હોય. અણુની રચનાનો પહેલવહેલો ખ્યાલ ન્યુઝીલેન્ડના ભૌતિકશાસ્ત્રી અર્નેસ્ટ રધરફૉર્ડના (Ernest Rutherford) 1910ના પ્રયોગોથી આવ્યો. રધરફૉર્ડના પ્રયોગોના આધારે અણુના કેન્દ્રના નાના ભાગમાં પ્રમાણમાં વજનદાર પ્રોટોન કે / અને ન્યુટ્રોન હોય છે, જેનામાં ધન વિદ્યુત હોય છે તેને પ્રોટોન કહેવામાં આવે છે અને વિદ્યુત વગરનાને ન્યુટ્રોન કહેવામાં આવે છે. ન્યુટ્રોનો અને પ્રોટોનોની આસપાસ નાના ઇલેક્ટ્રોનો જેનામાં ઋણ વિદ્યુત હોય છે તે ફરતા હોય છે. પ્રોટોન અને ન્યુટ્રોનનું વજન ઇલેકટ્રોનના વજન કરતાં બે હજારગણું છે. પ્રોટોન કે ન્યુટ્રોનને લખોટી જેવડો ગણીએ તો ઇલેક્ટ્રોન કેન્દ્રથી એક કિલોમીટર દૂરની ભ્રમણકક્ષામાં ગોળગોળ ફરે છે. હાઈડ્રોજનના અણુમાં એક પ્રોટોન અને એક ઇલેક્ટ્રોન છે, જ્યારે હીલિયમના અણુમાં બે ન્યુટ્રોનનો, બે પ્રોટોનો અને બે ઇલેક્ટ્રોનો છે. અણુમાં સામાન્ય રીતે જેટલા પ્રોટોનો હોય તેટલા ઇલેક્ટ્રોનો હોય છે.

સૂર્યની ઘનતા પ્રમાણમાં ઓછી હોઈને

કહી શકાય કે સૂર્ય હાઈડ્રોજન અને હીલિયમનો બનેલો છે. ઈ.સ. 1920માં આર્થર ઍડિંગ્ટ્ને (Arther Eddigton) સમીકરણોની મદદથી ગણી બતાવ્યું કે સૂર્યના કેન્દ્રમાં ઉષ્ણતામાન $10,000,000^0$ $(10^7)^0$C છે જે ઘણું જ ઊંચુ હોઈને હાઈડ્રોજન અણુના પ્રોટોન અને ઇલેક્ટ્રોન જુદા પડીને સ્વતંત્ર રીતે ઊડતા હોય. આવા અણુઓને અંગ્રેજીમાં Ionized અણુ કહેવામાં આવે છે. આપણે રસાયણશાસ્ત્રના કોઈપણ પુસ્તકમાં જોઈએ તો હીલિયમના અણુના વજન બરાબર લગભગ ચાર હાઈડ્રોજનના અણુઓના વજન થાય. ખરેખર ચાર હાઈડ્રોજનના કેન્દ્રભાગનું વજન હીલિયમના કેન્દ્રભાગના વજન કરતાં વધારે હોઈને ઍડિંગ્ટ્ને સૂર્યની કાર્યશક્તિ માટે $4\,H \rightarrow He$ + કાર્યશક્તિ સૂચવ્યું. આ સમીકરણ એમ સૂચવે છે કે હાઈડ્રોજનના ચાર અણુઓ ખૂબ જ ઉષ્ણતામાનમાં ભેગા થઈને હીલિયમનો અણુ બનાવે છે અને વધારાના દ્રવ્યનું ઉર્જામાં રૂપાતંર કરે છે.

ચાર હાઈડ્રોજનના અણુઓનું દ્રવ્ય

$= 6.693 \times 10^{-27}$ કિગ્રા

હીલિયમના અણુનું દ્રવ્ય

$= 6.645 \times 10^{-27}$ કિગ્રા

બન્નેના દ્રવ્યનો તફાવત

$= 0.048 \times 10^{-27}$ કિગ્રા

હાઈડ્રોજનના જે ભાગના

દ્રવ્યનું કાર્યશક્તિમાં રૂપાંતર થાય

$$= \frac{0.048 \times 10^{-27}}{6.693 \times 10^{-27}} = 0.007$$

આથી હાઈડ્રોજનના 0.7% ભાગના દ્રવ્યનું કાર્યશક્તિમાં રૂપાંતર થાય છે.

જ્યારે એક કિલોગ્રામ હાઈડ્રોજનને હીલિયમમાં ફેરવવામાં આવે ત્યારે 0.007 કિલોગ્રામનું $E = mc^2$ના સમીકરણ પ્રમાણે ઊર્જામાં રૂપાંતર થશે. આથી

$$E = (0.007 \text{ કિલો}) (3 \times 10^8 \text{ મી/સે})^2$$

$$= 6.3 \times 10^{14} \text{ જુલ્સ (joules) મળે.}$$

આટલી ઊર્જા ઉત્પન્ન કરવા માટે 20,000 મેટ્રિક ટન (2×10^7 કિલો) કોલસો બાળવો પડે.

સૂર્યની પ્રકાશિતતા (luminosity) 3.9×10^6 જુલ્સ/સેકન્ડ છે. આથી આટલી ઊર્જા પેદા કરવા માટે સૂર્ય દર સેકન્ડે

$$\frac{3.9 \times 10^{26}}{6.3 \times 10^{14}} = 6 \times 10^{11} \text{ કિલો}$$

60 કરોડ મેટ્રિક ટન હાઈડ્રોજનને હીલિયમમાં ફેરવે છે ત્યારે સૂર્ય આટલો પ્રકાશિત રહી શકે છે.

તારાઓ કેમ પ્રકાશિત રહે છે તેનો જવાબ $E = mc^2$ સમીકરણે અને અણુઓના બંધારણે આપ્યો.

હાઈડ્રોજનને હીલિયમમાં ફેરવવાની ક્રિયાને હાઈડ્રોજન ફ્યુઝન (Hydrogen Fusion) કહેવાય છે. કેન્દ્રસ્થ ભાગને (Nucleus) ભેગાં કરવાનું ખૂબ જ ઊંચા ઉષ્ણતામાને બનતું હોઈને થર્મોન્યુક્લીઅર ફ્યુઝન (Thermonuclear Fision) તરીકે ઓળખાય છે. હલકાં તત્ત્વો જેવા કે હાઈડ્રોજન, હીલિયમ વગેરેની કેન્દ્રસ્થ ભાગોના જોડાવવાથી જો ઊર્જા બહાર પડે તો તેને ન્યુક્લીઅર ફ્યુઝન કહે છે. જ્યારે ભારે તત્ત્વો જેવાં કે યુરેનિયમ કે પ્લુટોનિયમ વગેરેના અણુઓના નાના નાના ટુકડા થાય ત્યારે જે ઊર્જા બહાર પડે તેને ન્યુક્લીઅર ફિશન (Nuclear Fussion) કહેવાય છે.

નરસિંહજી મંદિર પાસે, ઉવારસદ રોડ
મુ. પો. શેરથા,
તા. જિ. ગાંધીનગર